

第1讲 圆的三大定理（加油站）

一、垂径定理

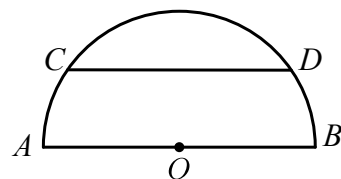
练习1

1. 下列判断正确的是（ ）.

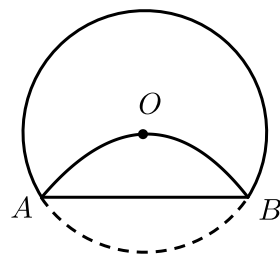
- A. 平分弦的直线垂直于弦
- B. 平分弧的直线必定平分这条弧所对的弦
- C. 弦的中垂线必平分弦所对的两条弧
- D. 平分弦的直线必平分弦所对的两条弧

练习2

2. 如图，已知 AB 是半圆 O 的直径，弦 $CD \parallel AB$ ， $CD = 8$ ， $AB = 10$ ，则 CD 与 AB 之间的距离是_____.

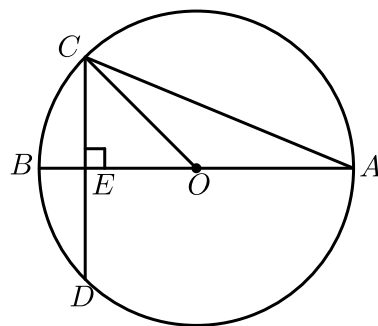


3. 如图，将半径为2cm的圆形纸片折叠后，圆弧恰好经过圆心 O ，则折痕 AB 的长为（ ）.



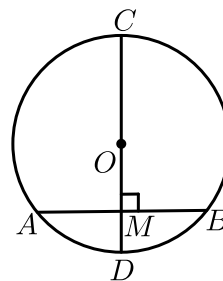
- A. 2cm
- B. $\sqrt{3}$ cm
- C. $2\sqrt{3}$ cm
- D. $2\sqrt{5}$ cm

4. 如图， $\odot O$ 的直径 AB 垂直于弦 CD ，垂足是 E ， $\angle A = 22.5^\circ$ ， $OC = 4$ ， CD 的长为（ ）.

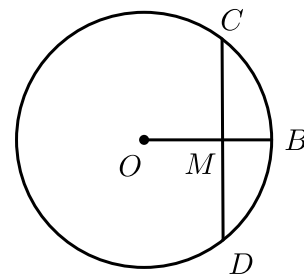


- A. $2\sqrt{2}$
- B. $4\sqrt{2}$
- C. 4
- D. 8

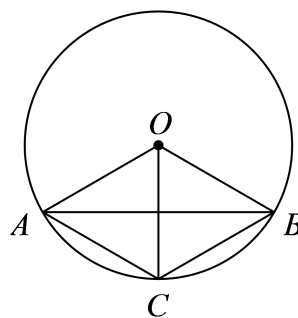
5. 如图，在 $\odot O$ 中， CD 是直径， AB 是弦， $AB \perp CD$ 于 M ， $AB = 8$ ， $OC = 5$ ，则 MD 的长为（ ）。



- A. 4 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. 1
6. 如图，已知 OB 为 $\odot C$ 的半径，且 $OB = 10\text{cm}$ ，弦 $CD \perp OB$ 于 M ，若 $OM : MB = 4 : 1$ ，则 CD 长为（ ）。

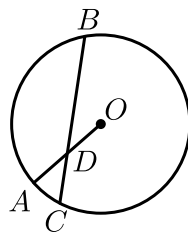


- A. 3cm B. 6cm C. 12cm D. 24cm
7. 如图所示，圆 O 的弦 AB 垂直平分半径 OC ，则四边形 $OACB$ （ ）。



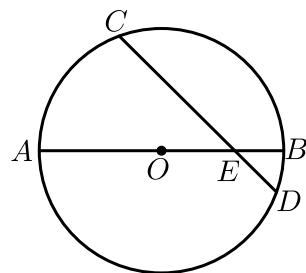
- A. 是正方形 B. 是长方形 C. 是菱形 D. 以上答案都不对
8. 已知 $\odot O$ 的半径为5，直线 l 与 $\odot O$ 相交，点 O 到直线 l 的距离是2，则 $\odot O$ 上到直线 l 的距离为3的点数是（ ）个。
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 如图, $\odot O$ 的半径 $OA = 4$, 弦 BC 经过 OA 的中点 D , $\angle ADC = 30^\circ$, 则弦 BC 的长为 () .

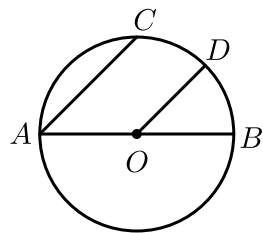


- A. 7 B. $2\sqrt{15}$ C. $4\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{17}$

10. 如图所示, AB 为圆 O 的直径, 弦 CD 交 AB 于 E , 已知 $OE = 2$, $BE = 1$, $\angle AEC = 45^\circ$, 则 $CD =$ _____ .

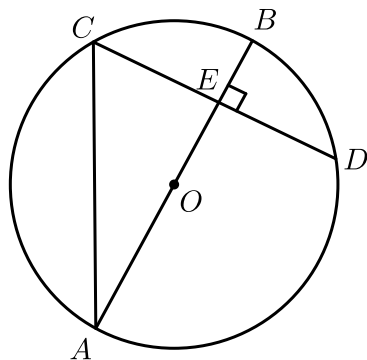


11. 已知: 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, $OD \parallel AC$, 求证: 点 D 平分 $\widehat{BC}$.

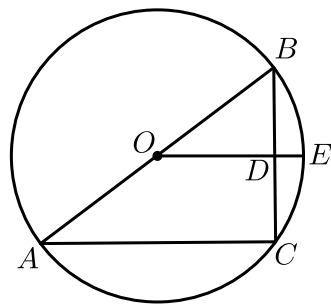


练习3

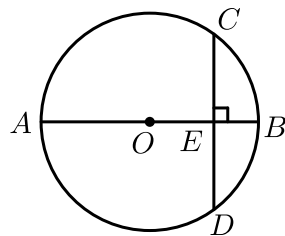
12. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为 E , 若 $CD = 2\sqrt{2}$, $CA = \sqrt{6}$, 则直径 AB 的长为 _____ .



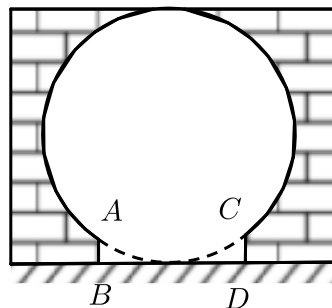
13. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, BC 是弦, 点 E 是 $\widehat{BC}$ 的中点, OE 交 BC 于点 D . 连接 AC , 若 $BC = 6$, $DE = 1$, 则 AC 的长为 _____.



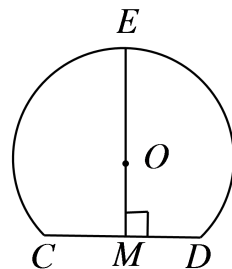
14. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 已知 $CD = 6$, $EB = 1$, 则 $\odot O$ 的半径为 _____.



15. 图是“明清影视城”的一扇圆弧形门, 小红到影视城游玩, 他了解到这扇门的相关数据: 这扇圆弧形门所在的圆与水平地面是相切的, $AB = CD = 0.25$ 米, $BD = 1.5$ 米, 且 AB 、 CD 与水平地面都是垂直的. 根据以上数据, 请你帮小红计算出这扇圆弧形门的最高点离地面的距离是 ().

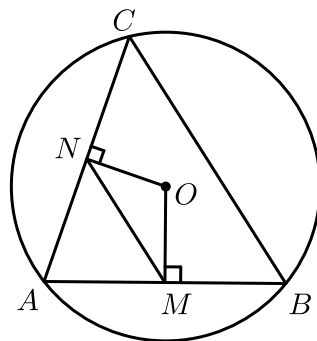


- A. 2米 B. 2.5米 C. 2.4米 D. 2.1米
16. 如图, EM 经过圆心 O , $EM \perp CD$ 于 M , 若 $CD = 4$, $EM = 6$, 则 $\widehat{CED}$ 所在圆的半径为 _____.



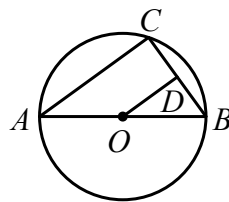
练习4

17. 如图，已知 AB 、 AC 都是 $\odot O$ 的弦， $OM \perp AB$ ， $ON \perp AC$ ，垂足分别为 M ， N ，若 $MN = \sqrt{5}$ ，那么 BC 等于（ ）。



- A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{10}$

18. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C 是 $\odot O$ 上一点， $OD \perp BC$ 于点 D ， $AC = 4$ ，则 OD 的长为（ ）。



- A. 1 B. 1.5 C. 2 D. 2.5

练习5

19. 圆的半径为13cm，两弦 $AB \parallel CD$ ， $AB = 24\text{cm}$ ， $CD = 10\text{cm}$ ，则两弦 AB ， CD 的距离是（ ）。

- A. 7cm B. 17cm C. 12cm或7cm D. 7cm或17cm

20. 圆的半径为13cm，两弦 $AB \parallel CD$ ， $AB = 24\text{cm}$ ， $CD = 10\text{cm}$ ，则两弦 AB 、 CD 的距离是（ ）。

- A. 6cm或17cm B. 6cm或13cm C. 7cm或17cm D. 7cm或13cm

21. 已知 $\odot O$ 的半径 OA 为1，弦 AB 的长为 $\sqrt{2}$ ，若在 $\odot O$ 上找一点 C ，使 $AC = \sqrt{3}$ ，则 $\angle BAC =$ _____°。

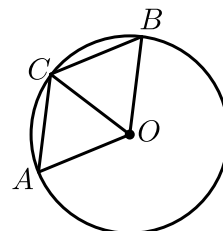
22. 等腰 $\triangle ABC$ 内接于半径为5的 $\odot O$ ，点 O 到底边 BC 的距离为3，则 AB 的长为 _____。

23. $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，且 $AB = AC$ ，点 O 到 BC 的距离为3，圆的半径为5，则 AB 的长是 _____。

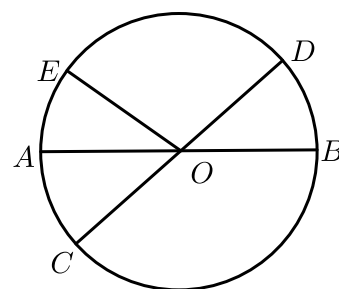
二、弧、弦、圆心角关系定理

练习6

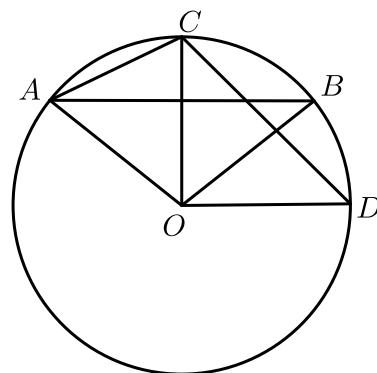
24. 如图， A 、 B 是半径为3的 $\odot O$ 上的两点，若 $\angle AOB = 120^\circ$ ， C 是 $\widehat{AB}$ 的中点，则四边形 $AOBC$ 的周长为_____。



25. 如图， AB ， CD 是 $\odot O$ 的直径， $\widehat{AE} = \widehat{BD}$ ，若 $\angle AOE = 32^\circ$ ，则 $\angle COE$ 的度数是（ ）。

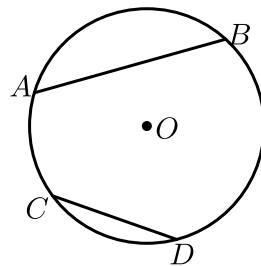


- A. 32° B. 60° C. 68° D. 64°
26. 如图，在 $\odot O$ 中， $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ，下列结论：① $AB = CD$ ；② $AC = BD$ ；③ $\angle AOC = \angle BOD$ ；④ $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ ，其中，正确的有（ ）。



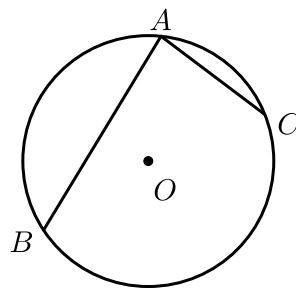
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

27. 如图, 在 $\odot O$ 中, $AB = 2CD$, 那么().



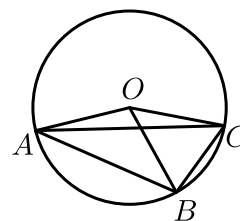
- A. $\widehat{AB} > 2\widehat{CD}$ B. $\widehat{AB} < 2\widehat{CD}$
 C. $\widehat{AB} = 2\widehat{CD}$ D. $\widehat{AB}$ 与 $2\widehat{CD}$ 的大小关系无法比较

28. 如图, 在 $\odot O$ 中, 如果 $\widehat{AB} = 2\widehat{AC}$, 那么().



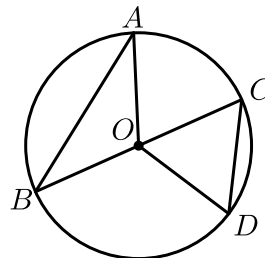
- A. $AB = AC$ B. $AB = 2AC$ C. $AB < 2AC$ D. $AB > 2AC$

29. 如图, OA, OB, OC 都是 $\odot O$ 的半径, 若 $\angle AOB$ 是锐角, 且 $\angle AOB = 2\angle BOC$, 则下列结论正确的是().



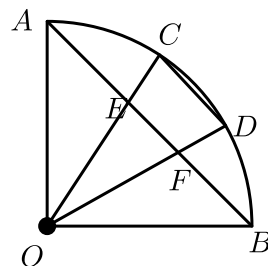
- A. $AB = 2BC$ B. $AB < 2BC$ C. $\angle AOB = 2\angle CAB$ D. $\angle ACB = 4\angle CAB$

30. 如图, $\odot O$ 中, 如果 $\angle AOB = 2\angle COD$, 那么().



- A. $AB = 2CD$ B. $AB < DC$ C. $AB < 2DC$ D. $AB > 2DC$

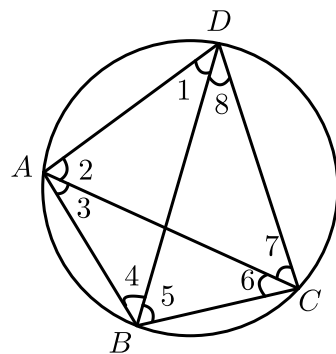
31. 如图, $\angle AOB = 90^\circ$, C 、 D 是 $\widehat{AB}$ 的三等分点, AB 分别交 OC 、 OD 于点 E 、 F , 求证:
 $AE = CD$.



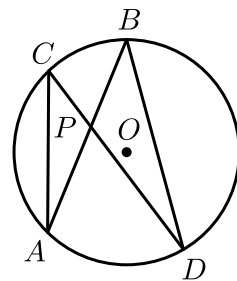
三、 圆周角定理

练习7

32. 如图, 圆内接四边形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 把它的4个内角分成8个角, 在这些角中, $\angle 1 =$ _____, $\angle 2 =$ _____, $\angle 3 =$ _____, $\angle 4 =$ _____ . (填 $\angle 5$; $\angle 6$; $\angle 7$; $\angle 8$)

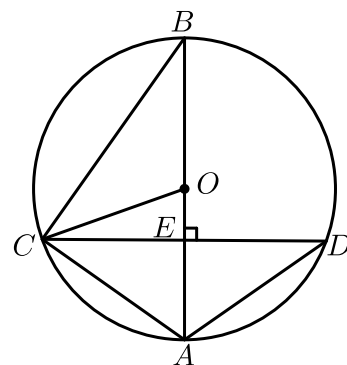


33. 如图, $\odot O$ 中, 弦 AB 、 CD 相交于点 P , 若 $\angle A = 30^\circ$, $\angle APD = 70^\circ$, 则 $\angle B$ 等于 () .



- A. 30° B. 35° C. 40° D. 50°

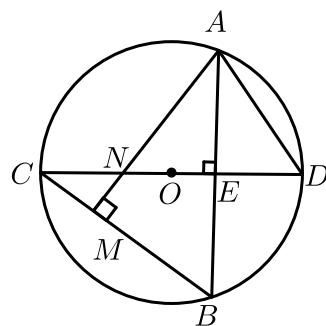
34. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 是 $\odot O$ 的一条弦，且 $CD \perp AB$ 于点 E 。



(1) 求证： $\angle BCO = \angle D$ 。

(2) 若 $CD = 4\sqrt{2}$ ， $AE = 2$ ，求 $\odot O$ 的半径。

35. 如图， $\odot O$ 中，直径 $CD \perp$ 弦 AB 于 E ， $AM \perp BC$ 于 M ，交 CD 于 N ，连接 AD 。

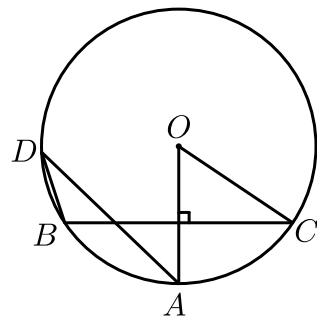


(1) 求证： $AD = AN$ 。

(2) 若 $AB = 8$ ， $ON = 1$ ，求 $\odot O$ 的半径。

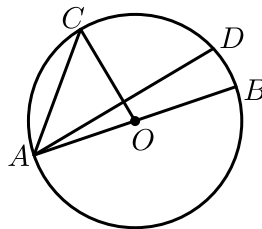
练习8

36. 如图, OA 是 $\odot O$ 的半径, 弦 $BC \perp OA$, D 是 $\odot O$ 上一点, 若 $\angle ADB = 28^\circ$, 则 $\angle AOC$ 的度数为 () .



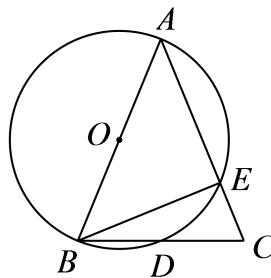
- A. 14° B. 28° C. 56° D. 84°

37. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C, D 为 $\odot O$ 上的两点, 且 C 为 $\widehat{AD}$ 的中点, 若 $\angle BAD = 20^\circ$, 则 $\angle ACO$ 的度数为 () .

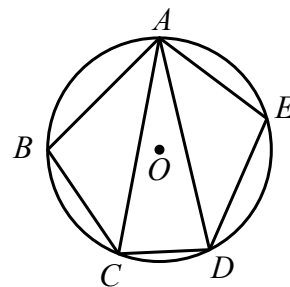


- A. 30° B. 45° C. 55° D. 60°

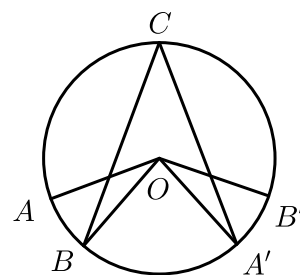
38. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = AC$, BC 交 $\odot O$ 于点 D , AC 交 $\odot O$ 于点 E , $\angle BAC = 45^\circ$, 给出下列五个结论: ① $\angle EBC = 22.5^\circ$; ② $BD = DC$; ③ $AE = 2EC$; ④ 劣弧 AE 是劣弧 DE 的 2 倍; ⑤ $AE = BC$. 其中正确结论的序号是 _____ .



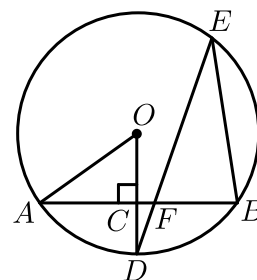
39. 如图，在 $\odot O$ 的内接五边形 $ABCDE$ 中， $\angle CAD = 35^\circ$ ，则 $\angle B + \angle E = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



40. 如图，点 C 在 $\odot O$ 上，将圆心角 $\angle AOB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转到 $\angle A'OB'$ ，旋转角为 α ，($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) . 若 $\angle AOB = 30^\circ$ ， $\angle BCA' = 40^\circ$ ，则 $\angle \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$.



41. 如图， AB 是 $\odot O$ 的一条弦， $OD \perp AB$ ，垂足为点 C ，交 $\odot O$ 于点 D ，点 E 在 $\odot O$ 上 .

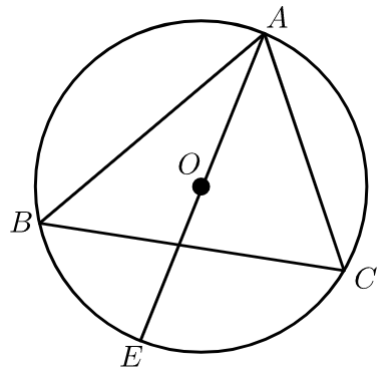


(1) 若 $\angle AOD = 50^\circ$ ，求 $\angle DEB$ 的度数 .

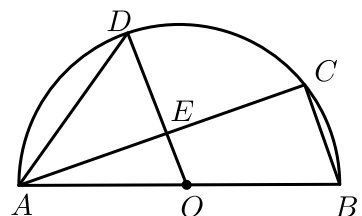
(2) 若 $OC = 6$ ， $OA = 10$ ，求 AB 的长 .

练习9

42. 如图, $\odot O$ 的直径 $AE = 10\text{cm}$, $\angle B = \angle EAC$. AC 的长为 _____ .



43. 如图, AB 是半圆 O 的直径, C 、 D 是半圆 O 上的两点, 且 $OD \parallel BC$, OD 与 AC 交于点 E .



- (1) 若 $\angle B = 70^\circ$, 求 $\angle CAD$ 的度数 .
- (2) 若 $AB = 4$, $AC = 3$, 求 DE 的长 .

44. 已知 $\odot O$ 的直径为10，点 A ，点 B ，点 C 在 $\odot O$ 上， $\angle CAB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D 。

(1) 如图①，若 BC 为 $\odot O$ 的直径， $AB = 6$ ，求 AC ， BD ， CD 的长。

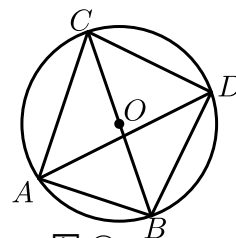


图 ①

(2) 如图②，若 $\angle CAB = 60^\circ$ ，求 BD 的长。

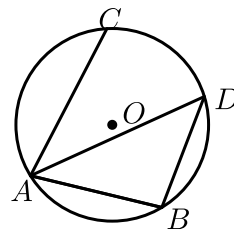
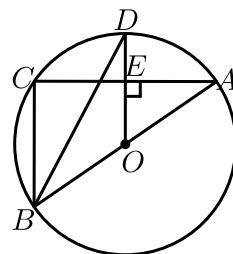


图 ②

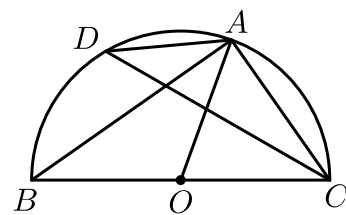
45. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AB 是 $\odot O$ 的直径， D 为 $\odot O$ 上一点， $OD \perp AC$ ，垂足为 E ，连接 BD 。



(1) 求证： BD 平分 $\angle ABC$ 。

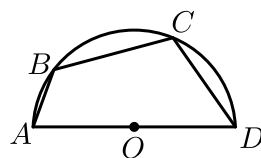
(2) 当 $\angle ODB = 30^\circ$ 时，求证： $BC = OD$ 。

46. 如图， A 、 D 是半圆上的两点， O 为圆心， BC 是直径， $\angle D = 35^\circ$ ，求 $\angle OAC$ 的度数．



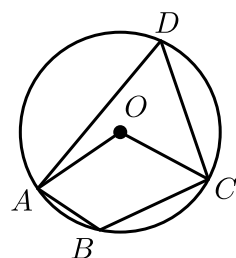
练习10

47. 如图， AD 是半圆的直径，点 C 是 $\widehat{BD}$ 的中点， $\angle ADC = 55^\circ$ ，则 $\angle BAD$ 等于（ ）．

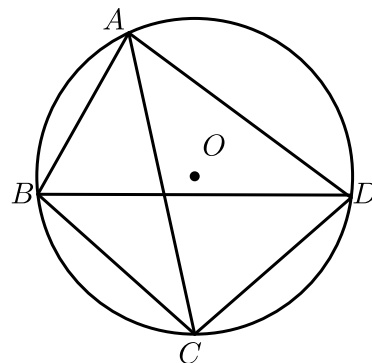


- A. 50° B. 55° C. 65° D. 70°

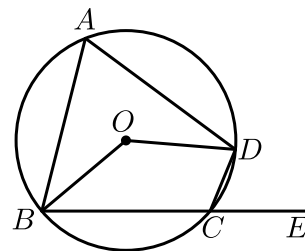
48. 如图，已知四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，点 O 在 $\angle D$ 的内部， $\angle OAD + \angle OCD = 50^\circ$ ，则 $\angle B =$ _____ ．



49. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle BCD = 100^\circ$ ， AC 平分 $\angle BAD$ ，则 $\angle BAC$ 的度数为 _____ ．

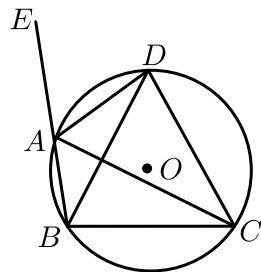


50. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，如果它的一个外角 $\angle DCE = 64^\circ$ ，那么 $\angle BOD = (\quad)$.



- A. 128° B. 100° C. 64° D. 32°

51. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle DAE$ 是四边形 $ABCD$ 的一个外角，且 AD 平分 $\angle CAE$. 求证： $DB = DC$.



52. 如图，已知 $\odot O$ 的直径为10，点 A 、 B 、 C 在 $\odot O$ 上， $\angle CAB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D .

(1) 图①，当 BC 为 $\odot O$ 的直径时，求 BD 的长 .

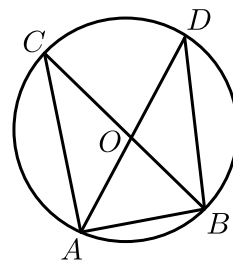


图 ①

(2) 图②，当 $BD = 5$ 时，求 $\angle CDB$ 的度数 .

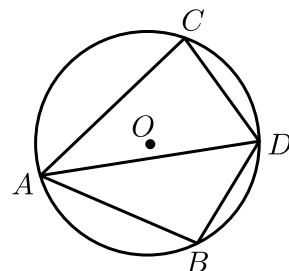
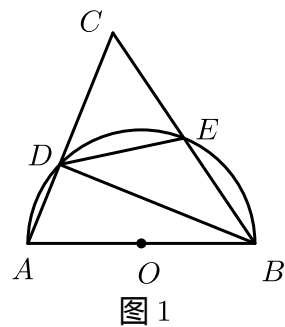


图 ②

53. 已知， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 68^\circ$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 AC ， BC 的交点分别为 D ， E 。

(1) 如图1，求 $\angle CED$ 的大小。



(2) 如图2，当 $DE = BE$ 时，求 $\angle C$ 的大小。

